MECÁNICA CUÁNTICA 2008 SEGUNDO PARCIAL
5 DE JULIO 2008

Problema 0.

a. Calcule el elemento de matriz reducido de **J**, momento angular total.

b. Calcule $\langle J\ 1\ ;\ J\ 0\ \mid J\ 1\ ;\ J\ J\ \rangle = (\ J\ /\ J{+}1\ )^{1/2}$ donde la notación significa $\langle j_1\, j_2\ ;\ m_1\, m_2\ \mid j_1\, j_2\ ;\ j\ m\ \rangle$)

c. El hamiltoniano de un sistema de 3 partículas (no idénticas) de espín ½ , cuyos operadores de espín son s_1, s_2, s_3, es:

$H = A\ \mathbf{s_1} \cdot \mathbf{s_2} / \hbar^2 + B\ (\mathbf{s_1} + \mathbf{s_2}) \cdot \mathbf{s_3} / \hbar^2$

Indique un CCOC y calcule los niveles y degeneración de los mismos.

MECÁNICA CUÁNTCA 2008 SEGUNDO PARCIAL

5 DE JULIO 2008

Problema 1.

Considere dos osciladores isótropos (idéntica frecuencia en cada dirección del espacio) en 3 dimensiones., que interaccionan con el potencial:

$$V(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}) = \lambda (\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2})^2$$

a. Indique si este potencial rompe o no la degeneración del sistema (argumente claramente sus afirmaciones).

b. Escriba el hamiltoniano del sistema pasando a coordenadas normales. Escriba entonces los autovalores exactos de la energía y la función de onda y energía del estado base.

c. Si el sistema describe dos partículas de espín ½ que se encuentran en el estado base, correspondiente en el estado singlete de espín, escriba las ecuaciones de Hartee-Fock-Dirac para este caso.

d. Calcule entonces la integral que aparece en la parte anterior asumiendo como un ansatz para la iteración correspondiente la función de onda del estado base de dos osciladores isótropos sin interacción entre ellos. Escriba de nuevo la parte c. y compare la energía obtenida con los resultados exactos. Indique cualitativamente cómo siguen las iteraciones y los resultados que se obtendrían.

(si lo desea puede usar un sistema de unidades con $\hbar = 2\,m = w/2 = 1$, en el cual $E_n = 2\,n+1$ para un oscilador unidimensional)

Problema 2.

Considere el potencial $V(r) = A/r^2$.

a. Calcule los corrimientos de fase de la difusión por este potencial.

b. Muestre que si el potencial es atractivo los corrimientos son positivos mientras que si es repulsivo son negativos.

c. En el caso $2\,m\,A/\hbar^2 << 1$ calcule la sección eficaz diferencial.

$$\int_0^\infty dx\,(1, x^2, x^4)\,e^{-x^2} = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \frac{\sqrt{\pi}}{4}, \frac{3\sqrt{\pi}}{8}\right)$$

$$\varphi_0(x) = \left(\frac{mw}{\hbar\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{mw}{2\hbar}x^2}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos\theta) = \left(2\mathrm{sen}\frac{\theta}{2}\right)^{-1}$$
