

MECÁNICA CUÁNTICA 2008 PRIMER PARCIAL

1.

Considere el operador de espín $\mathbf{S} = \hbar/2 \boldsymbol{\sigma}$.

- a. ¿Es un operador vectorial? En caso afirmativo demuéstrello.
- b. Construya un tensor esférico de rango 0 y otro de rango 1 a partir de $\boldsymbol{\sigma}$.
- c. Sea $j_{\pm} = \mathbb{1} \pm 1/2$ el momento angular resultante de acoplar $j_1 = \mathbb{1}$ y $j_2 = 1/2$. Calcule $\langle \pm || \boldsymbol{\sigma} || \pm \rangle$.

2.

Dos partículas idénticas que no interactúan ocupan una el estado n y otra el estado m en una caja de ancho L .

- a. Si no se conoce el estado de espín de las mismas discuta el valor de la distancia media en función de n y m en los casos en que las partículas
 - a1. son bosones,
 - a2. son fermiones.
- b. Si $s=1/2$ para ambas partículas, ¿existe alguna diferencia en la distancia media en estados de triplete y singlete? Explique. Calcule para $n=1$ y $m=2$.

3.

- a. Calcule cómo se transforma ante rotaciones el autoestado de momento angular $|jm\rangle$.
- b. Idem $T^k_q |0\rangle$, siendo T un operador tensorial de rango k , componente q y $|0\rangle$ un estado de momento angular cero.
- c. Calcule $\langle n \mathbb{1}_1 || \mathbf{Y}_1 || n' \mathbb{1}_2 \rangle$ en función de $\langle \mathbb{1}_1 0 | \mathbb{1}_1 0, \mathbb{1}_2 0 \rangle$.

$$\langle J 1 ; J 0 | J 1 ; J J \rangle = (J / J+1)^{1/2}$$

$$\int_0^1 dx x \sin^2(n\pi x) = \frac{1}{4}; \int_0^1 dx x^2 \sin^2(n\pi x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi^2 n^2} \right);$$

$$\int_0^1 dx x \sin(n\pi x) \sin(m\pi x) = -\frac{nm}{\pi^2(m^2 - n^2)^2} (1 + (-1)^{n+m}); n \neq m$$

$$\int_0^1 dx x^2 \sin(n\pi x) \sin(m\pi x) = \frac{nm}{\pi^2(m^2 - n^2)^2} (1 + (-1)^{n+m}); n \neq m$$