

MECÁNICA CUÁNTICA 2008
POSTGRADO – ROTACIONES / PARTÍCULAS IDÉNTICAS/ SIMETRÍAS

24.

Considere un operador vectorial \mathbf{G} .

- a. Para su componente G_x indique las reglas de selección del elemento de matriz $\langle \alpha', j', m' | G_x^2 | \alpha, j, m \rangle$.
- b. Demuestre que $[\mathbf{G}, J^2] = i \hbar (\mathbf{J} \times \mathbf{G} - \mathbf{G} \times \mathbf{J})$. Aplique este resultado al vector $[\mathbf{G}, J^2]$.
- c. Calcule el elemento de matriz de $[\mathbf{G}, J^2]$ entre estados $|\alpha', j', m'\rangle$ y $|\alpha, j, m\rangle$ y demuestre las reglas de selección para operadores vectoriales y el teorema de proyección.

25.

- a. Dos partículas no idénticas de espín 1 con momento angular relativo cero (estado s) pueden formar estados con $j=0, 1, 2$. Suponga que las partículas son idénticas: ¿qué restricciones existen entonces?
- b. Discuta los niveles del átomo de helio si el electrón fuese un bosón.
- c. Considere tres partículas no interactuantes, idénticas y de espín 1. Construya los estados normalizados
 - i. las tres en $|+\rangle$
 - ii. dos en $|+\rangle$ y la restante en $|0\rangle$
 - iii. las tres en estados diferentes de espín.

Indique el espín total en cada caso.

- d. Repita la parte c. si la función de onda espacial es antisimétrica.

26.

Un átomo hidrogenoide es colocado en un campo magnético débil uniforme y constante; la interacción es descrita por la perturbación $H' = \mu_B \mathbf{B} \cdot (\mathbf{L} + 2 \mathbf{S}) / \hbar$

- a. Asuma que en ausencia de campo magnético el hamiltoniano conmuta con \mathbf{L}^2 , \mathbf{S}^2 , \mathbf{J}^2 y J_z . Calcule el desdoblamiento de niveles.
- b. Si un electrón está en un estado p indique en cuantas componentes se separan los niveles.

27.

- a. Considere el grupo S_3 . Calcule su orden, subgrupos y subgrupos normales.
- b. Demuestre que existe un solo grupo de orden 2. Sea Z_2 este grupo abstracto.
- c. Idem para un grupo de orden 3.
- d. Construya las simetrías del triángulo equilátero y su tabla de multiplicación.

28.

Considere las transformaciones propias del cuadrado D_4 .

- a. Muestre que existen 8 transformaciones y que forman un grupo.
- b. Construya la tabla de multiplicación.
- c. Divida al grupo en clases.
- d. Halle todos los subgrupos, coset y divisores normales.

29.

a. Demuestre que un subgrupo H de G es normal si y solo si $(tH)(sH) = (ts)H$ para todo t, s perteneciente a G .

b. Demuestre que si H es un subgrupo normal de G entonces G es homomorfo a G/H .